جبر

كلية العلوم
قسم الرياضيات

(7)

سلم تصحيح مقرر التنظيم الرياضي
لطلاب السنة الرابعة (تحليل + جبر)
الدورة الإضافية للعام 2015 - 2016.

(35 درجة) 1 - 8 (4 درجات لكل بند) و بند 9 (3 درجات)

1 - خطأ، والصواب $D(72)$ هي شبكة توزيعية ولكنها غير متممة لأن العدد 72 يقبل القسمة على مربع عدد أولي 2. $72 = 2^3 \cdot 3^2$

2 - خطأ، والصواب إن الحلقة البوليانية التي تحتوي أكثر من عنصرين هي ليست حلقة تكاملية (لأنها تحوي قواسم للصفر) ...

- خطأ، والصواب في كل شبكة إذا كانت $x \le z$ فإن $x \vee (y \wedge z) \le (x \vee y) \wedge z$

- خطأ، والصواب: إذا كان x, y عنصرين من شبكة بوليانية بحيث يكون $y \wedge x = 0$ فإن $y \le x'$.

- خطأ، والصواب في كل شبكة توزيعية $(E, \le, \vee, \wedge, 0, 1)$ إذا كان a' متمم العنصر a فإن: $a \wedge (a' \vee b) = a \wedge b$.

- خطأ، والصواب. الشبكة الممثلة بمخطط هاس هي شبكة غير موديولية لأن:
لدينا: $b \le d$ ونجد أن:

$$b \vee (c \wedge d) = b \vee a = b$$

$$(b \vee c) \wedge d = e \wedge d = d \neq b$$

- خطأ، والصواب: إذا كان f ايزومورفيزم ترتيبي للمجموعة $(M', \le)$ وكان للمجموعة A الجزئية حد أدنى أصغري a في المجموعة $(M, \le)$ فإن $f(a)$ هو حد أدنى صغري للمجموعة $f(A)$ في M'.

- خطأ، والصواب: إذا كانت الشبكة $(E, \le, \vee, \wedge, 0, 1)$ توزيعية وتحتوي على $0, 1$، فإن العناصر من E التي لها متممات تشكل شبكة جزئية من E.

- صحيح الشبكة $D(46)$ هي شبكة توزيعية متممة وهي جبر بول لأن $46 = 23 \cdot 2$ (لا يقبل القسمة على مربع عدد أولي).

(20 درجة): 1 - تعريف (4) الإيزومورفيزم الذاتي (4) جبر بول

لتكن x, y, z ثلاثة عناصر من الشبكة $(M, \le, \vee, \wedge)$ ولنفرض $x \le z$ ولنفرض أيضاً: $a = x \vee (y \wedge z)$ ، $b = (x \vee y) \wedge z$

(3) لاحظ أولاً أن $a \le b$ لأن:

$$a = x \vee (y \wedge z) \le (x \vee y) \wedge (x \vee z) = (x \vee y) \wedge z = b$$

لأن

$$a \wedge y = [x \vee [y \wedge z]] \wedge y \geq [x \vee (y \wedge z)] \wedge (y \wedge z) = y \wedge z$$

وحسب خاصية الامتصاص :

$$b \wedge y = [(x \vee y) \wedge z] \wedge y = y \wedge z$$

(4)

بالتالي نجد :

$$b \wedge y \leq a \wedge y$$

وبما أن :

$$a \leq b \Rightarrow a \wedge y \leq b \wedge y$$

$$\Rightarrow a \wedge y = b \wedge y \quad \text{--- (1)}$$

وكذلك نجد أن :

$$a \vee y = [x \vee (y \wedge z)] \vee y = x \vee y$$

$$b \vee y = [(x \vee y) \wedge z] \vee y \leq [(x \vee y) \wedge z] \vee (x \vee y) = x \vee y$$

(5)

بالتالي نجد :

$$a \vee y \geq b \vee y$$

$$a \leq b \Rightarrow a \vee y \leq b \vee y$$

$$\Rightarrow a \vee y = b \vee y \quad \text{--- (2)}$$

ومن (1) و(2) وحسب الفرضية ينتج أن $a = b$ والشبكة مودولية .

(15 درجة) ننظم جدول كما يلي :

الفرضيات - د -

p	q	r	s	① $p \vee q$	② $q \to r$	③ $p \to s$	④ $\sim s$
1	1	1	1	1	1	1	0
1	1	1	0	1	1	0	1
1	1	0	1	1	0	1	0
1	1	0	0	1	0	0	1
1	0	1	1	1	1	1	0
1	0	1	0	1	1	0	1
1	0	0	1	1	1	1	0
1	0	0	0	1	1	0	1
0	1	1	1	1	1	1	0
0	1	1	0	1	1	1	1
0	1	0	1	1	0	1	0
0	1	0	0	1	0	1	1
0	0	1	1	0	1	1	0
0	0	1	0	0	1	1	1
0	0	0	1	0	1	1	0
0	0	0	0	0	1	1	1

ط الحرجة هي فقط السطر العاشر وبما أن النتيجة صحيحة
الحالة السابقة كانت صحيحة .

30 درجة) 1) نوجد MSP(f) للدالة البوليانية وبما أن 10

من شكل مجموع جداءات قانونية عندها ننظم جدول كارنو:

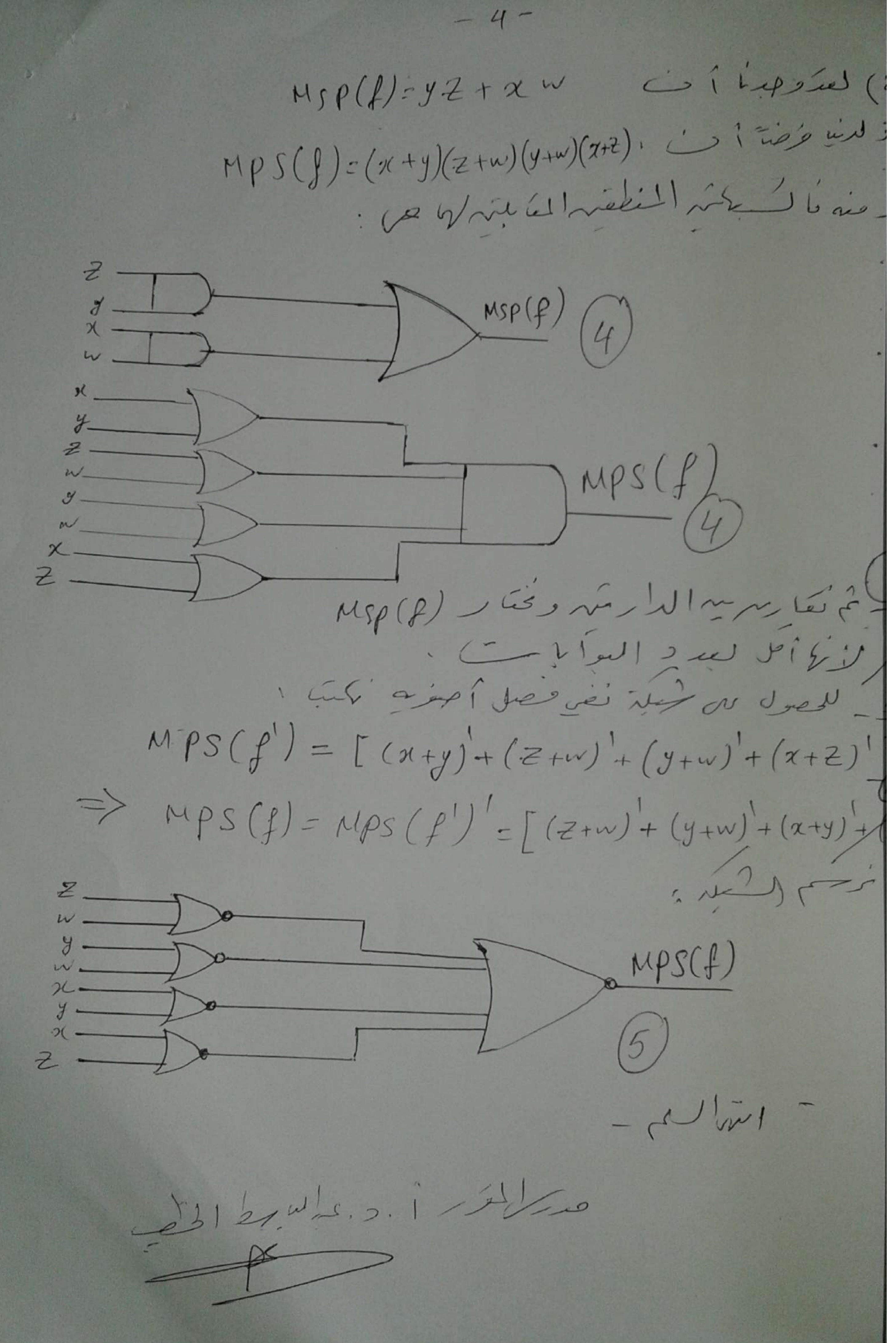
	zw	zw'	z'w'	z'w
xy	1	1		1
xy'	1			1
x'y'				
x'y	1	1		

المخطط لدينا فقط منطقتان وهما:

$$MSP(f) = xw + yz$$

(5)

(5)



(ت) لقد وجدنا أن $Msp(f) = yZ + xw$

(ث) لدينا وجدنا أن $Mps(f) = (x+y)(Z+w)(y+w)(x+Z)$.

ومنه فالشبكة المنطقية المقابلة لها هي :

ثم نقارن بين الدارتين ونختار $Msp(f)$

لأنها أقل لعدد البوابات .

للحصول على شبكة نفي فصل أصغرية نكتب :

$$Mps(f') = [(x+y)' + (Z+w)' + (y+w)' + (x+Z)' …$$

$$\Rightarrow Mps(f) = Mps(f')' = [(Z+w)' + (y+w)' + (x+y)' + …$$

نرسم الشبكة :

- انتهى السلم -

مدرس المقرر أ. د. عبد الباسط الخطيب